

Вычислительная макроэкономика

3-й модуль, 2025-2026

Преподаватель: Валерий Черноокий

E-mail: vcharnavoki@nes.ru

Информация о курсе

Многие, если не большинство, динамические модели не имеют аналитических (замкнутых) решений. По этой причине численные методы и компьютерное программирование стали незаменимыми инструментами макроэкономических исследований. В рамках этого курса мы будем рассматривать основные вычислительные алгоритмы задач на динамическую оптимизацию. Мы начнём с обзора базовых результатов динамического программирования. Затем мы рассмотрим основные числовые алгоритмы его решения с приложением к простой неоклассической модели роста. В частности, мы изучим линейно-квадратичную аппроксимацию, алгоритмы итераций по функциям ценности и стратегии и их модификации, методы возмущения и проекции. Наконец, мы изучим более сложные алгоритмы для решения моделей с неоднородными агентами. Для прохождения курса требуются базовые знания в Python, Julia или MATLAB.

Требования к курсу, система оценивания и правила посещения занятий

Будет несколько (максимум 3) домашних задания (50% оценки), в которых потребуются написать код в Python (или в MATLAB, Julia, Fortran 90 и т.д.), чтобы решить простую задачу динамического программирования. Экзамен (50% оценки) будет содержать вопросы по опубликованной статье по макроэкономике, которая будет выдана заранее. Все эти элементы (включая все домашние задания), как и минимум 70% посещаемости, необходимы для прохождения курса.

Содержание курса

1. **Обзор динамического программирования:** математические предпосылки, теорема Банаха о неподвижной точке, достаточные условия Блэквелла, теорема о максимуме, динамическое программирование в условиях неопределённости
2. **Динамическое программирование с дискретным пространством состояний:** алгоритм итераций по функции ценности и его улучшения, итерации по функции стратегии, интерполяции и сплайны
3. **Методы линейного приближения:** алгоритм линейно-квадратичной (LQ) аппроксимации, методы возмущений первого порядка

4. Методы возмущений высокого порядка

5. **Методы проекции:** метод конечных элементов, спектральные методы (полиномы Чебышёва)

6. Алгоритм параметризованных ожиданий

7. **Модели с неоднородными агентами и модели с неполными рынками:** расчёт стационарного равновесия, переходная динамика, агрегированная неопределённость в моделях с неоднородными агентами, алгоритм Круселла-Смита

Примеры заданий для оценки по курсу

Задача 1.

Задачи 1-4 основаны на следующей статье: Guerrieri & Iacoviello (2015) '*OccBin: A toolkit for solving dynamic models with occasionally binding constraints easily*', Journal of Monetary Economics, 70, 22-38

Для получения полного нелинейного решения модели реального делового цикла (RBC) с ограничением на инвестиции в статье используется алгоритм итераций по функции ценности на очень мелкой сетке по капиталу.

1. Запишите уравнение Беллмана для модели RBC с ограничением на инвестиции, как описано в разделе 4.1 этой статьи. Точно определите пространство состояний, функцию выигрыша и соответствие допустимых решений.
2. Приведите функцию алгоритма итераций для расчёта функций ценности и стратегии в этой модели.
3. Опишите основные достоинства и недостатки этого подхода по сравнению с кусочно-линейным решением, предложенным в этой статье.

Задача 2.

В этой статье предлагается алгоритм для получения кусочно-линейного решения моделей с ограничениями, которые иногда вступают в силу.

1. Почему метод возмущений первого порядка неприменим к моделям с ограничениями, которые иногда вступают в силу?
2. Запишите приведённые к линейному виду системы (M1) и (M2) и связанные с ними функции f и g для простой линейной модели, описанной в разделе 2.4. Точно укажите матрицы A, B, C, D, E и A', B', C', D', E' .
3. Алгоритм в этой статье состоит из шести шагов. Опишите их очень кратко. Что именно нужно угадывать и проверять на каждом шагу?

4. Какие основные источники ошибки аппроксимации в этом алгоритме? Какие из них наиболее проблематичные?

Задача 3.

Эта статья использует два подхода для оценки численной точности линейного, кусочно-линейного и полностью нелинейного алгоритмов.

1. Какие два подхода используются? Опишите их очень кратко.
2. Какой лучший алгоритм с точки зрения точности? Какой худший? Объясните.
3. Объясните почему более точная аппроксимация решения модели приводит к более высокой полезности.

Задача 4.

Рассмотрим простую модель малой открытой экономики. Репрезентативное домашнее хозяйство максимизирует ожидаемую полезность на протяжении всей жизни:

$$E_0 \beta^t \log(c_t)$$

при ограничениях бюджета и заимствования:

$$\begin{aligned} c_t + b_{t+1} + \psi(b_{t+1}) &= y_t + (1+r)b_t \\ b_{t+1} &\geq -\phi y^{ss} \end{aligned}$$

где c_t означает потребление, b_{t+1} это владение безрисковым международным активом (отрицательные значения означают внешний долг), $\psi(b) = \psi b^2$ —издержки на регулирование долга, r — безрисковая международная реальная ставка процента (где r) и выпуск y_t следует AR(1) стохастическому процессу:

$$\log(y_t) = (1 - \rho) \log(y^{ss}) + \rho \log(y_{t-1}) + u_t, u_t \sim N(0, \sigma^2)$$

Возьмём $\beta = 0.96$, $\psi = 0.001$, $\phi = 0.1$, $\rho = 0.9$, $\sigma = 0.02$ и $y^{ss} = 5$.

1. Запишите условия первого порядка, характеризующие равновесие в этой модели.

Скачайте [здесь](#) инструментарий OccBin, реализующий алгоритм кусочно-линейной функции. Заметьте, что вам потребуется Dynare. Внимательно прочтите файл readme.pdf и изучите примеры моделей, решённых в OccBin.

2. Используя этот инструментарий, напишите код и решите модель с ограничением на заимствование и без него. Проиллюстрируйте импульсные отклики (с ограничениями на заимствование и без него) выпуска y_t , потребления c_t , активов b_{t+1} и мультипликатора Лагранжа λ_t на отрицательный шок $u_t = -0.06$ размером 3 стандартных отклонения. Также рассмотрите эффекты положительного шока

такого же размера.

3. Объясните различия в результатах этих двух моделей. Почему после шока изначально потребление падает сильнее, но затем быстрее восстанавливается в модели с ограничением на заимствование?

Материалы курса

Необходимые учебники и материалы

1. Heer, Burkhard & Maussner, Alfred, *Dynamic General Equilibrium Modeling: Computational Methods and Applications*, Springer, 2nd ed., 2009
2. Sargent, Thomas & Stachurski, John, *Quantitative Economics with Python*
3. Ljungqvist, Lars & Sargent, Thomas J., *Recursive Macroeconomic Theory*, The MIT Press, 2nd ed., 2004

Дополнительные материалы

1. Marimon, Ramon & Scott, Andrew, *Computational Methods for the Study of Dynamic Economies*, Oxford University Press, 1999
2. Adda, Jerome & Cooper, Russell W., *Dynamic Economics: Quantitative Methods and Applications*, The MIT Press, 2003
3. Judd, Kenneth L., *Numerical Methods in Economics*, The MIT Press, 1998
4. Stokey, Nancy L., Lucas, Robert E. & Prescott, Edward C., *Recursive Methods in Economic Dynamics*, Harvard University Press, 1989
5. DeJong, David N. & Dave, Chetan, *Structural Macroeconometrics*, Princeton University Press, 2nd ed., 2011

Также будет предоставлен список литературы со статьями, в которых применяются количественные методы, обсуждаемые на занятиях, из расчёта примерно 2-3 статьи в неделю.

Академическая честность

Списывание, плагиат и любые другие нарушения академической этики в РЭШ не допускаются.